

Soit l'application $\Delta : \begin{cases} \mathbb{R}_3[X] & \longrightarrow & \mathbb{R}_3[X] \\ P(X) & \longmapsto & P(X+1) - P(X) \end{cases} .$

1. Montrer que Δ est un endomorphisme de $\mathbb{R}_3[X]$.
2. Déterminer la matrice de Δ dans la base canonique.
3. Calculer le noyau et l'image de Δ .
4. Calculer Δ^k pour $k \in \mathbb{N}$ (où Δ^k désigne la composée $\underbrace{\Delta \circ \Delta \circ \dots \circ \Delta}_{k \text{ fois}}$).