

1. Soit $z_1 = 1 - 2i$ et $z_2 = -3 + i$. Calculer $\frac{z_1}{z_2}$.
2. **Question de cours.** Rappeler les formules d'Euler.
3. Linéariser $\sin^3 x \times \cos x$.

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{z_1}{z_2} &= \frac{1 - 2i}{-3 + i} \\
 &= \frac{(1 - 2i)(-3 - i)}{(-3 + i)(-3 - i)} \\
 &= \frac{-3 - i + 6i + 2i^2}{-3 - i + 6i + 2i^2} \\
 &= \frac{(-3)^2 - i^2}{-5 + 5i} \\
 &= \frac{10}{-1 + i} \\
 &= \frac{10}{2}.
 \end{aligned}$$

2. cf. cours.

$$\begin{aligned}
 3. \quad \sin^3 x \times \cos x &= \left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \right)^3 \times \left(\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \right) \\
 &= \frac{e^{3ix} - 3e^{ix} + 3e^{-ix} - e^{-3ix}}{-8i} \times \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \\
 &= \frac{e^{4ix} + e^{2ix} - 3e^{2ix} - 3 + 3 + 3e^{-2ix} - e^{-2ix} - e^{-4ix}}{-16i} \\
 &= \frac{(e^{4ix} - e^{-4ix}) + 2(-e^{2ix} + e^{-2ix})}{-16i} \\
 &= \frac{2i \sin 4x - 4i \sin 2x}{-16i} \\
 &= -\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x.
 \end{aligned}$$