Une compagnie d'aviation s'est rendu compte que, en moyenne, 4% des personnes faisant des réservations pour un certain vol ne se présentent pas pour le départ. Par conséquent, la politique de la compagnie est de prendre 75 réservations pour un avion ayant exactement 73 sièges. Soit N le nombre de personnes qui se présentent pour le départ.

1. Calculer la probabilité que chaque personne se présentant pour le départ ait un siège. Préciser les hypothèses dont vous avez besoin pour faire ce calcul.

2. Utiliser une loi de Poisson pour calculer approximativement la probabilité en **1.**.

---

1. On suppose que les passagers sont indépendants, et que chacun de ceux-ci a une probabilité de 96% de se présenter pour le départ. Ainsi, N suit la loi binômiale de paramètres $n = 75$ et $p = 0,96$: $N \sim \mathcal{B}(75; 0,96)$.

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{P}(N \leq 73) & = & 1 - \mathbb{P}(N \geq 74) \\ & = & 1 - (\binom{75}{74} 0,96^{74} 0,04^1 + \binom{75}{75} 0,96^{75}) \\ & = & 1 - 0,96^{74}\big(75 \times 0,04 + 0,96\big) \\ & \approx & 0,8069. \end{array}$$

2. **Rappel de cours.** Si n est suffisamment grand (en pratique supérieur à 20) et p assez petit (en pratique inférieur à 0,05), alors on peut approximer la loi $\mathcal{B}(n,p)$ par la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ de paramètre $\lambda = n \times p$. On dit aussi que la loi de Poisson est la loi des évènements rares.

   On ne peut donc pas ici approximer ("*poissoniser*") la loi $\mathcal{B}(75; 0,96)$, vu que le paramètre est trop grand. Plutôt que de compter le nombres de personnes qui se présentent, il faut compter celui des personnes qui ne se présentent pas ! Soit alors M la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes qui ne se présentent pas : $M = 75 - N$, et $M \sim \mathcal{B}(75; 0,04)$. On peut alors approximer $M \sim \mathcal{P}(3)$.

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{P}(N \leq 73) & = & \mathbb{P}(M \geq 2) \\ & = & 1 - \mathbb{P}(M \leq 1) \\ & = & 1 - (\mathbb{P}(M = 0) + \mathbb{P}(M = 1)) \\ & = & 1 - (e^{-3}\frac{3^0}{0!} + e^{-3}\frac{3^1}{1!}) \\ & = & 1 - e^{-3}(1 + 3) \\ & = & 1 - 4e^{-3} \\ & \approx & 0,8008. \end{array}$$